

Câu I: (2 điểm)

Cho một vật chuyển động với hàm véc tơ vận tốc là

$$\mathbf{v}(t) = (3t^2 - 1)\mathbf{i} + (t + 2)\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

- 1) Tìm hàm véc tơ gia tốc của vật.
- 2) Tìm hàm véc tơ vị trí $\mathbf{R}(t)$ của vật, biết rằng tại $t = 1$ vật có vị trí là $\mathbf{R}(1) = \langle 0, 5, 2 \rangle$
- 3) Tính độ cong của đồ thị hàm véc tơ $\mathbf{R}(t)$ tại $t = 1$.

Câu II: (3 điểm)

- 1) Tìm cực trị địa phương và điểm yên ngựa (nếu có) của hàm hai biến

$$f(x, y) = x^4 - 12xy + 2y^2 - 3.$$

- 2) Một nghiên cứu về quá trình thẩm thấu dưới lòng đất gần bãi rác thải đã đưa ra mô hình của lượng ô nhiễm P là một hàm theo độ sâu x (m) và thời gian t (năm) như sau:

$$P(x, t) = 30 + P_1 \cdot e^{-kx} \sin(2t - kx),$$

trong đó P_1, k là các hằng số.

Tìm hệ số khuếch tán là hằng số c sao cho hàm $P(x, t)$ thỏa mãn phương trình khuếch tán

$$\frac{\partial P}{\partial t} = c \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}$$

Câu III: (2.5 điểm)

- 1) Tính tích phân và đổi thứ tự lấy tích phân trong tích phân bội hai sau:

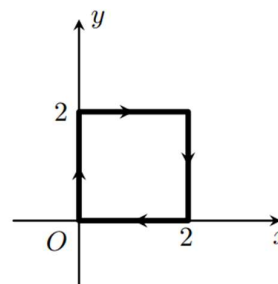
$$\int_0^2 \int_1^{e^y} \left(\frac{y}{x}\right) dx dy$$

- 2) Tính thể tích của vật thể giới hạn bởi mặt trụ $x^2 + y^2 = 4$, mặt phẳng $z = 0$ và mặt paraboloid $z - 2 = x^2 + y^2$.

Câu IV: (2.5 điểm)

1) Tính công thực hiện bởi trường lực

$\mathbf{F}(x, y) = 5xy\mathbf{i} + (2x - 3y)\mathbf{j}$ để di chuyển một chất điểm đi một vòng trên biên hình vuông (như hình vẽ bên) từ $A(0,2) \rightarrow B(2,2) \rightarrow C(2,0) \rightarrow O(0,0) \rightarrow A(0,2)$.



2) Cho trường véc tơ $\mathbf{F}(x, y, z) = (z^2)\mathbf{i} + \left(1 + \frac{x}{3} - \frac{y}{3}\right)^2 \mathbf{j} - 2x \mathbf{k}$

a) Trường véc tơ $\mathbf{F}(x, y, z)$ có là trường thế không? Tại sao?

b) Tính thông lượng của trường véc tơ $\mathbf{F}(x, y, z)$ qua phần mặt phẳng S có phương trình $3z - x + y - 3 = 0$ nằm trong góc phần tám thứ hai ($x \leq 0, y \geq 0, z \geq 0$), mặt S được định hướng bởi trường véc tơ pháp tuyến đơn vị $\mathbf{N}$ hướng lên.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR CLO1]: Tính được giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vector và của hàm nhiều biến	Câu I, câu III.1
[CĐR CLO2]: Sử dụng giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vector và của hàm nhiều biến để giải quyết các bài toán ứng dụng	Câu II, câu III.2
[CĐR CLO3]: Tính được các đại lượng đặc trưng của trường véc tơ	Câu IV

Tp. HCM, ngày 15 tháng 10 năm 2025
Trưởng bộ Môn

Phạm Văn Hiến